

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE	BACCALAUREAT 2015 MATHÉMATIQUES	DURÉE : 2 H Coef. : 2
OFFICE DU BACCALAUREAT	SÉRIES G2/G3	

SESSION NORMALE

Exercice 1 (04 points)

1- En utilisant l'intégration par parties, calculer :

$$I_1 = \int_0^{\ln 2} x e^x dx \quad ; \quad I_2 = \int_0^{\ln 2} x e^{2x} dx \quad (2 \text{ pts})$$

2- a/ Pour tout entier n , on pose $I_n = \int_0^{\ln 2} x e^{nx} dx$, prouver que pour $n \geq 2$,

$$I_n = \frac{2^n}{n} \left(\ln 2 - \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{n^2}. \quad (1,5 \text{ pts})$$

b/ En déduire la valeur de I_4 . (0,5 pt)

Exercice 2 : (06 points)

Une urne contient x boules rouges ; $x+1$ boules noires ; $x+2$ boules blanches ; x désignant un entier strictement positif ; on extrait simultanément 3 boules de l'urne ; les boules sont indiscernables au toucher, ce qui rend les différents tirages équiprobables.

1-a/ Calculer en fonction de x , le nombre de tirages possibles. (1, pt)

b/ Calculer en fonction de x , la probabilité de l'événement A :
« les 3 boules sont de 3 couleurs différentes ». (1,5 pts)

c/ Quelle valeur faut-il donner à x pour que la probabilité, $P(A)$, de l'événement A soit égale à $3/11$? (2 pts)

2- Soit B l'événement : « les 3 boules sont de même couleur ». Calculer la probabilité de l'événement B pour la valeur x trouvée au 1-c/. (1,5 pts)

Problème (10 points)

On considère la fonction numérique $f: x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x - 1$.

1-a/ Déterminer l'ensemble de définition de f . (0,5 pt)

b/ Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (1 pt)

Dans la suite du problème, on fera varier x uniquement dans l'intervalle $I = \left[\frac{1}{e} - 1; +\infty \right[$.

2-a/ Étudier le sens de variation de f dans l'intervalle I . (1,5 pt)

b/ Dresser le tableau de variation de f . (0,5 pt)

On note (C) la courbe représentative de f sur I dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) ; unité de longueur 4 cm.

3-a/ Déterminer le point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses. (1 pt)

b/ Déterminer les équations des tangentes à (C) aux points A et B d'abscisses respectives :

$$x = \frac{1}{e} - 1 \text{ et } x = e - 1. \quad (1,5 \text{ pts})$$

c/ Construire (\mathcal{C}) ainsi que les tangentes en A et B .

4- On considère la fonction g telle que $g(x) = \frac{(x+1)^2}{2} \ln(x+1)$. (2 pts)

Calculer la dérivée g' de g . Utiliser g pour trouver une primitive de f . (1 pt)

5- Calculer en cm^2 l'aire de la portion du plan limitée par (C) , les axes (Ox) et (Oy) et la droite d'équation $x = e - 1$. (1 pt)

EPREUVES - TG.COM